目录 CONTENTS

4.1 知识图谱
4.2 本体知识表示
4.3 万维网知识表示
4.4 知识图谱构建
4.5 知识图谱的现状及发展

中国石油大学(华东)
CHINA UNIVERSITY OF PETROLEUM

计算机科学与技术学院
College of Computer Science & Technology

第五章 搜索技术

人工智能课题组

智能科学与技术系

目录 CONTENTS

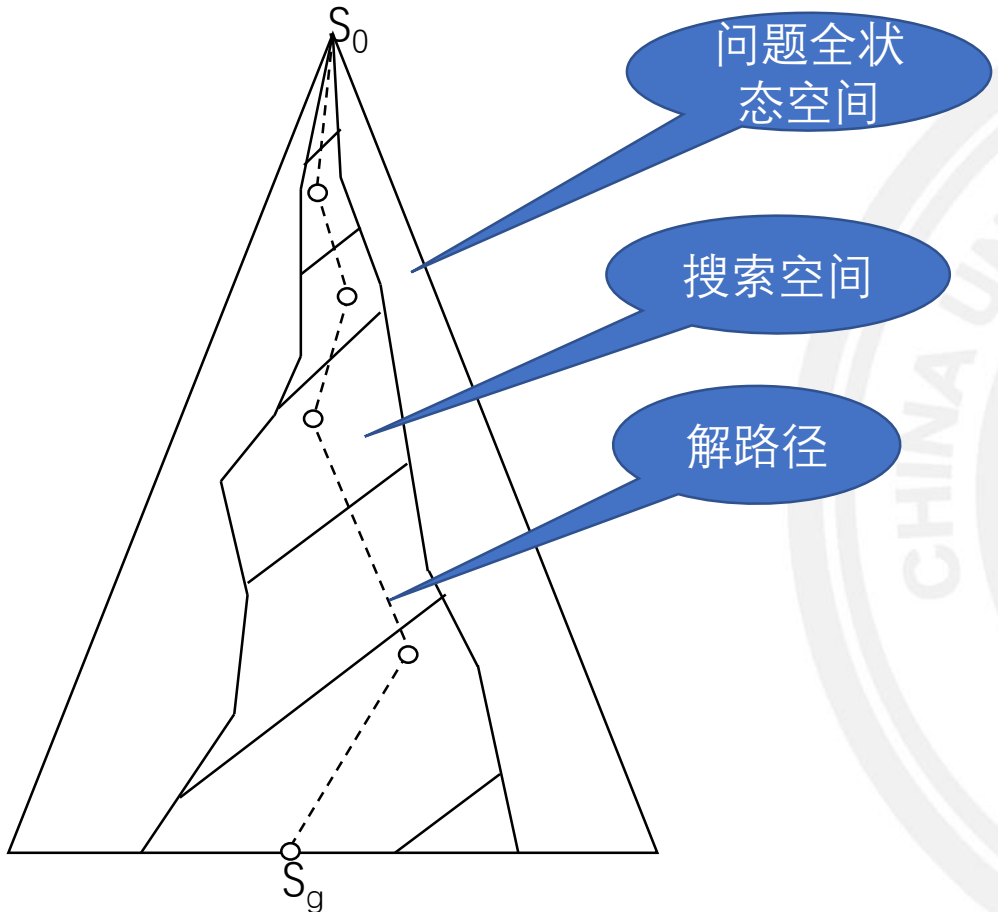
5.1 图搜索策略
5.2 盲目搜索
5.3 启发式搜索
5.4 博弈搜索

概述

■ 搜索的定义

- 搜索是人工智能中的一个基本问题，它解决**如何在一个比较大的问题空间中，只通过搜索比较小的范围就找到问题的解**的问题。

- 搜索空间示意图：



概述

■ 搜索算法的描述

- 搜索算法的**输入**是**给定的问题**，**输出**表示为**动作序列的方案**。

- **给定的问题**就是确定该问题的基本信息：
  1. **初始状态集合**：定义了问题的初始状态。
  2. **操作符集合**：把一个问题从一个状态变换为另一个状态的动作集合。
  3. **目标检测函数**：用来确定一个状态是不是目标。
  4. **路径费用函数**：对每条路径赋予一定费用的函数。

- 一旦有了**方案**，就可以执行该方案所给出的动作了。（执行阶段）

概述

■ 分类

1. 不考虑给定问题所具有的特定知识，系统根据事先确定好的某种固定排序，依次调用规则或随机调用规则，称为**无信息引导的搜索策略**。（***盲目搜索***）
2. 考虑问题领域可应用的知识，动态地确定规则的排序，优先调用比较合适的规则使用，称为**启发式搜索策略**或者**有信息导引的搜索策略**。

概述

■ 搜索问题实例：传教士和野人问题

3个传教士和3个野人来到河边准备渡河，河岸有一艘船，每次至多可供2人乘渡。为了安全起见，传教士应如何规划摆渡方案？

➢ 使任何时刻在河的两岸以及船上的野人数目总是不超过传教士的数目（但允许在河的某一岸或者船上只有野人或者只有传教士）

- 在每次渡河之后都会有几种渡河方案供你选择，究竟哪种方案才有利于在满足所有约束条件下顺利过河？

- 该问题的基本信息：
  - 用一个三元组(M, C, B)表示状态，其中M、C分别表示在左岸的传教士、野人人数，B表示船是否在左岸，1表示船在左岸。

  1、问题的初始状态为(3, 3, 1)

  2、目标状态为(0, 0, 0)。

5.1 图搜索策略

■ 很多搜索问题都可以转化为图搜索问题

例子：传教士与野人问题的图搜索策略解法：

- 用一个三元组(M, C, B)表示状态，其中M、C分别表示在左岸的传教士、野人人数，B表示船是否在船是否在左岸，1表示船在左岸。
- 问题的初始状态为(3, 3, 1)，目标状态为(0, 0, 0)。

- **如何通过图找到一条从初始状态到目标状态的路径，就是图搜索问题。**

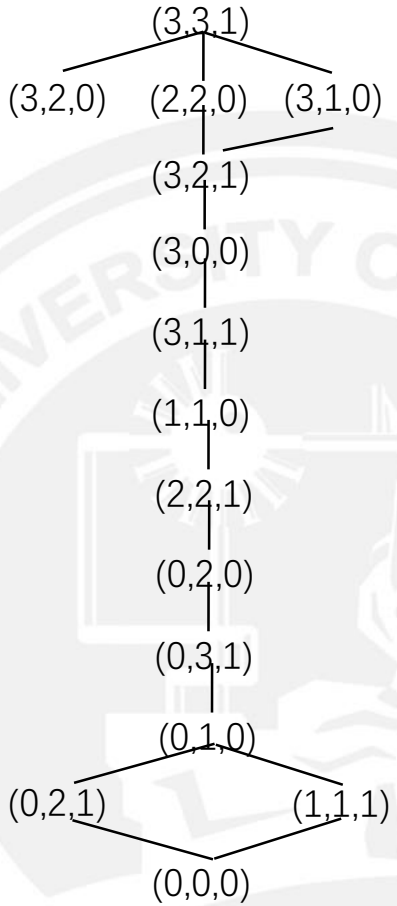
- 所谓的路径就是给出一个状态序列，序列的第一个状态是初始状态，最后一个状态是目标状态，序列中任意两个相邻的状态之间，通过一个连线连接。

5.1 图搜索策略

■ 很多搜索问题都可以转化为图搜索问题

例子：传教士与野人问题的图搜索策略解法：

- 图中的**结点**代表**状态**
- 图中**结点之间的连线**代表状态之间可以相互转换（**操作**）



5.1 图搜索策略

- 为了提高搜索效率，图搜索并不是先生成所有状态的连接图再进行搜索，而是**边搜索边生成图**，直到找到一个符合条件的解，即路径为止。

- **图搜索算法的评价方法：**在搜索的过程中，生成的无用状态越少——即**非路径上的状态越少**，搜索的效率就越高，对应的搜索策略就越好。

- **图搜索算法的分类：**类似于搜索的分类，图搜索可以分成：
  - 5.2 盲目搜索
  - 5.3 启发式搜索

5.2 盲目搜索

- 如果在搜索过程中没有利用任何与问题有关的知识或启发信息，则称之为**盲目搜索**。

- 没有考虑到问题本身的特性，这种搜索具有很大的盲目性，效率不高，不便于复杂问题的求解。

- 一般是按预定的搜索策略进行搜索：
  - 5.2.1 深度优先搜索
  - 5.2.2 广度优先搜索

5.2.1 深度优先搜索

基本思想：优先扩展**深度最深**的节点。

- 如果有相同深度的多个节点，则按照事先的约定从中选择一个。
- 如果该节点没有子节点，则选择一个除了该节点以外的深度最深的节点进行扩展。

5.2.1 深度优先搜索

例子：N皇后问题

在一个$N \times N$的国际象棋棋盘上摆放N枚皇后棋子，摆好后要满足每行、每列和每个对角线上只允许出现一枚皇后，即棋子间不许相互俘获。以4皇后为例，下图给出了4皇后问题的一个解。

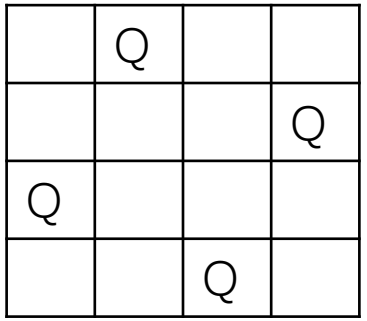
	Q		
			Q
Q			
		Q	

4皇后问题的一个解

5.2.1 深度优先搜索

例子：N皇后问题

- 为了求解该问题，我们用坐标表示一个皇后所在的位置，如上例中，1行2列有一个皇后，则可表示成(1,2)。
- 多个皇后则用所有皇后的位置组成的表表示。下图给出的解就可以表示为：((1,2),(2,4),(3,1),(4,3))。

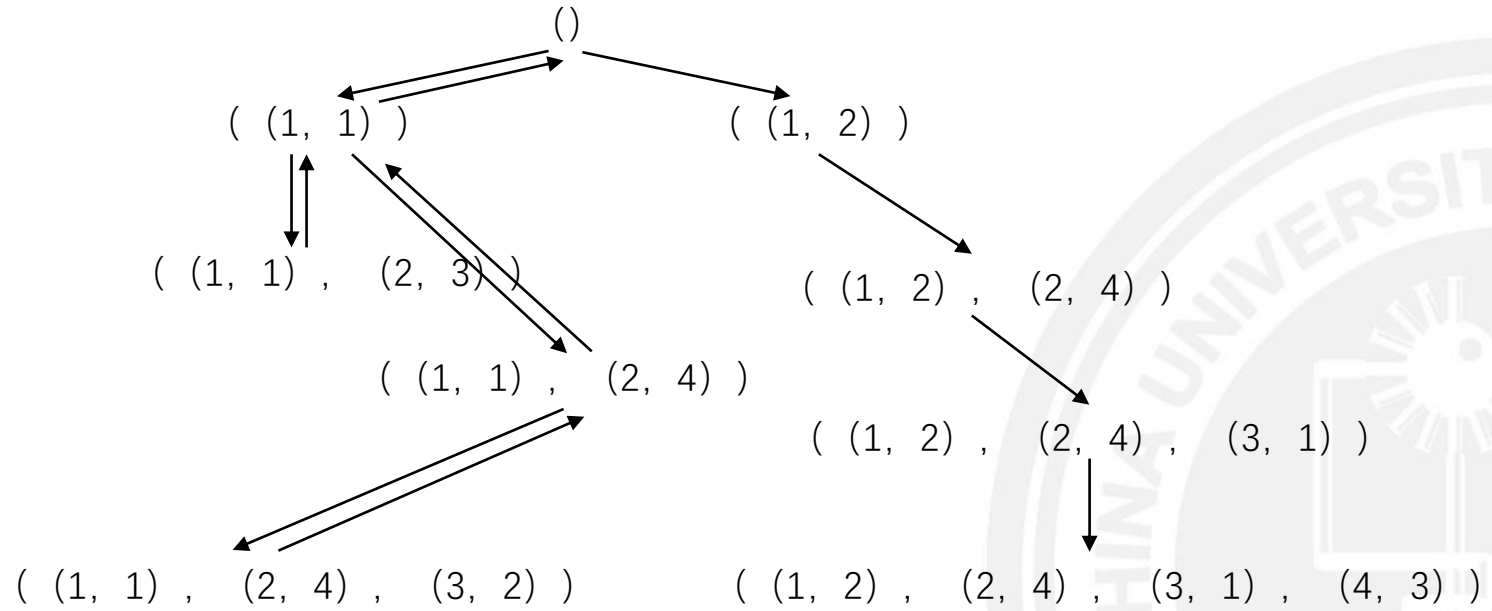


4皇后问题的一个解

- 假设搜索过程是从上向下按行进行，每一行从左到右按列排列，则深度优先搜索过程如图所示：

5.2.1 深度优先搜索

例子：N皇后问题



5.2.1 深度优先搜索

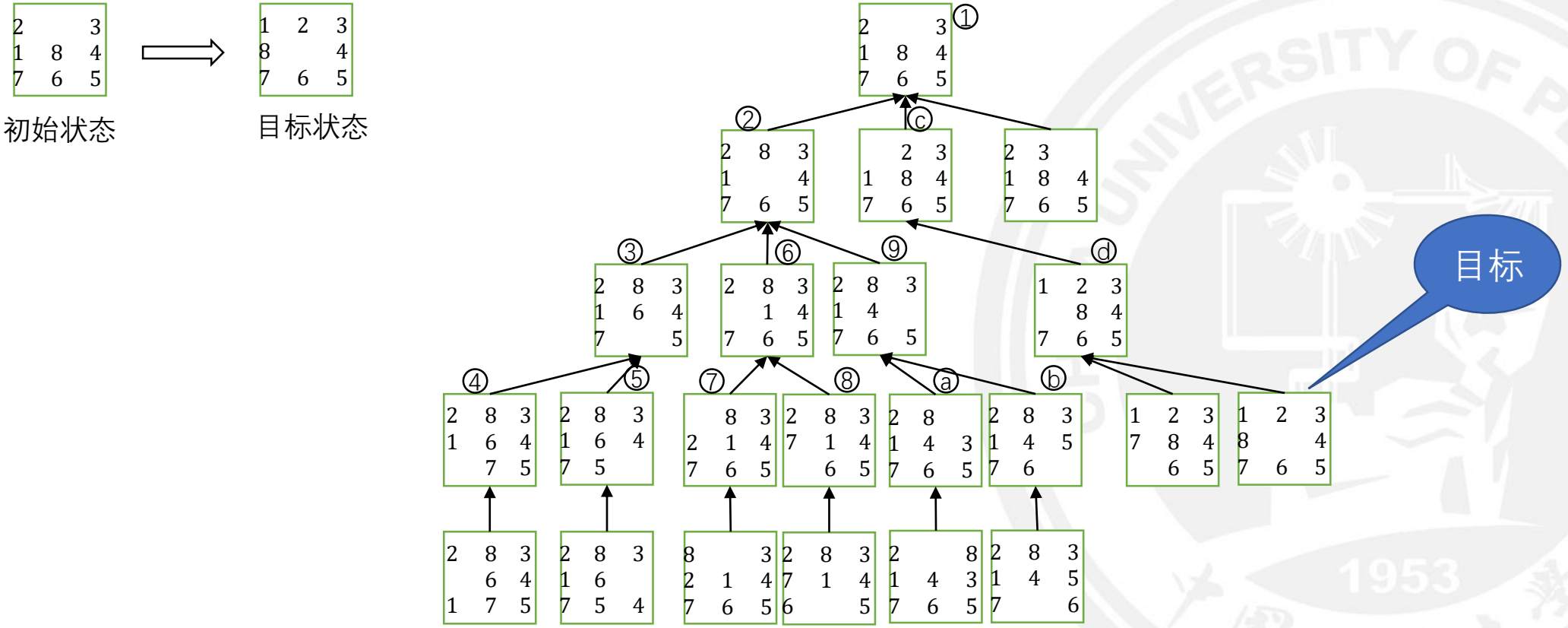
- 在深度优先搜索过程中，每当某一行不能摆放棋子时，就发生“回溯”返回到一个深度较浅的节点进行试探，否则就一直选择深度深的节点进行扩展。

- 对于很多问题，这样做可能会导致“错误”的线路搜索下去而陷入“深渊”。为了防止这样的事情发生，在深度优先搜索中往往会加上一个深度限制，即在搜索过程中**如果一个节点的深度达到了深度限制**，无论该节点是否还有子节点，都**强制进行回溯**，选择一个稍浅的节点扩展，而不是沿着最深的节点继续扩展。

5.2.1 深度优先搜索

例子：八数码问题

- 带深度限制的深度优先策略求解八数码问题搜索图：



5.2.1 深度优先搜索

例子：八数码问题

- 八数码问题搜索图：

  - 深度限制为4。当达到深度限制之后，回溯到稍浅一层的节点继续搜索直到找到目标节点。需要根据经验设置一个合理值。如果深度限制过深，则影响求解效率；反之如果限制过浅，则可能导致找不到解。可以采取逐步加深的方法，先设置一个较小的值，然后再逐步加大。

5.2.1 深度优先搜索

- 深度优先搜索也有可能遇到“死循环”问题，也就是沿着一个环路一直搜索下去。

- 为了解决这个问题，可以在搜索过程中**记录从初始节点到当前节点的路径**，每扩展一个节点，就要检测该节点是否出现在这条路径上；**如果发现出现在该路径上，则强制回溯**，探索其他深度最深的节点。

5.2.2 宽度优先搜索

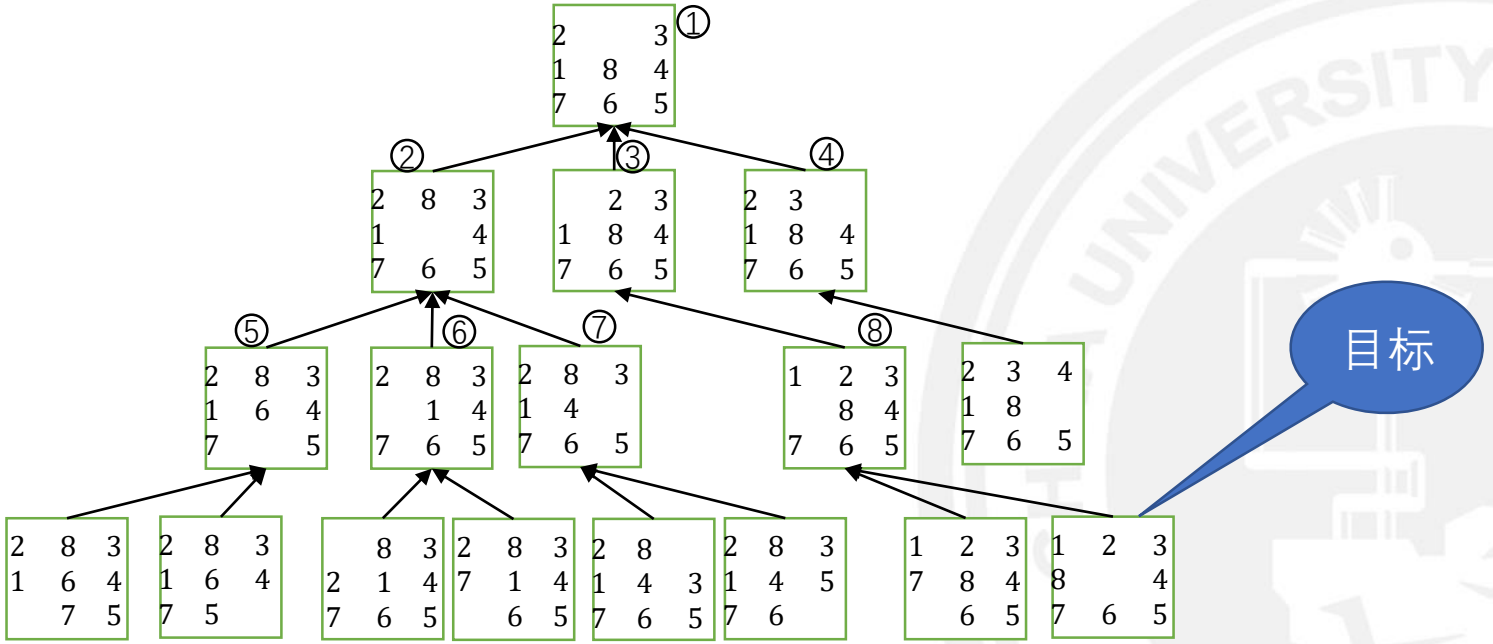
与深度优先策略刚好相反，宽度优先策略是优先搜索深度浅的节点。

- 每次选择**深度最浅**的叶节点进行扩展。
- 如果有深度相同的节点，则**按照事前约定**从深度最浅的几个节点中选择一个。

5.2.2 宽度优先搜索

例子：八数码问题

- 宽度优先策略求解八数码问题搜索图：



5.2.2 宽度优先搜索

宽度优先搜索与深度优先搜索的不同：

- 在问题有解的情况下，宽度优先搜索一定可以找到**最优解**。

- 由于**宽度优先搜索在搜索过程中需要保留已有的搜索结果**，需要占用比较大的搜索空间，而且会随着搜索深度的加深成几何级数增加。深度优先搜索虽然不能保证找到最优解，但是可以采用回溯的方法，只保留从初始节点到当前节点一条路径即可，可以大大**节省存储空间**，所需存储空间只与搜索深度成线性关系。

5.3 启发式搜索

- 如何在搜索过程中引入启发信息，减少搜索范围，以便尽快地找到解，这种搜索策略称为**启发式搜索。**

- 常用地启发式搜索算法
  - A算法
  - A*算法

5.3 启发式搜索

A算法：

为了尽快找到从初始节点到目标节点的一条耗散值比较小的路径，我们希望所选择的节点尽可能在最佳路径上。

- A算法评价一个节点在最佳路径上的可能性的评价函数定义为：

$$f(n) = g(n) + h(n)$$

其中，n为待评价的节点；

$g(n)$为从初始节点s到节点n的最佳路径耗散值的估计值；

$h(n)$为从节点n到目标点t的最佳路径耗散值的估计值，称为启发函数；

$f(n)$为从初始节点s经过节点n到达目标节点t的最佳路径耗散值的估计值，称为评价函数。

- 这里的耗散值指的是路径的代价，根据求解问题的不同可以是路径的长度、需要的时间或花费的费用。

5.3 启发式搜索

A算法：

- 如果$f(n)$能够比较准确地估计出$\boldsymbol{s}-\boldsymbol{n}-\boldsymbol{t}$这条路径的耗散值的话，我们每次从叶节点中选择一个值最小地节点扩展。采用这种搜索策略的搜索算法，称之为A算法。

- $g(n)$很容易计算得到，启发函数$h(n)$则需要根据问题定义。

5.3 启发式搜索

A算法实现：

- 设置一个变量OPEN用于存放那些**搜索图上的叶节点**，也就是已经被生成出来但是还没有扩展的节点；变量CLOSED用于存放**搜索图中的非叶节点**，也就是那些不但被生成出来还被**扩展**的节点。
- OPEN中的节点按照f值从小到大排列。每次A算法从OPEN表中取出第一个元素（也就是f值最小的节点n）进行扩展。
  - 如果n是目标节点，**算法结束**；
  - 否则，扩展n。
    - 对于n的子节点m，如果m既不在OPEN中也不在CLOSED中，将m加入OPEN中；
    - 如果m在OPEN里，说明从初始点到m有两条路径，保留耗散值小的那条；
    - 如果m在CLOSED里，也说明从初始节点到m有两条路径，如果找到的新路径耗费较小，将m从CLOSED中取出放到OPEN中，对OPEN重新进行排序。
  - 重复上面的过程，直到**找到解**或者OPEN为空**算法失败**。

5.3 启发式搜索

A算法实现：

例子：八数码问题

- 定义八数码问题的**启发函数**为：

$$h(n) = \text{不在位将牌的个数}$$

- 将下图所示的初始状态与目标状态进行比较， 也就是初始状态的h值等于4。

2	8	3
1	6	4
7		5

初始状态

1	2	3
8		4
7	6	5

目标状态

5.3 启发式搜索

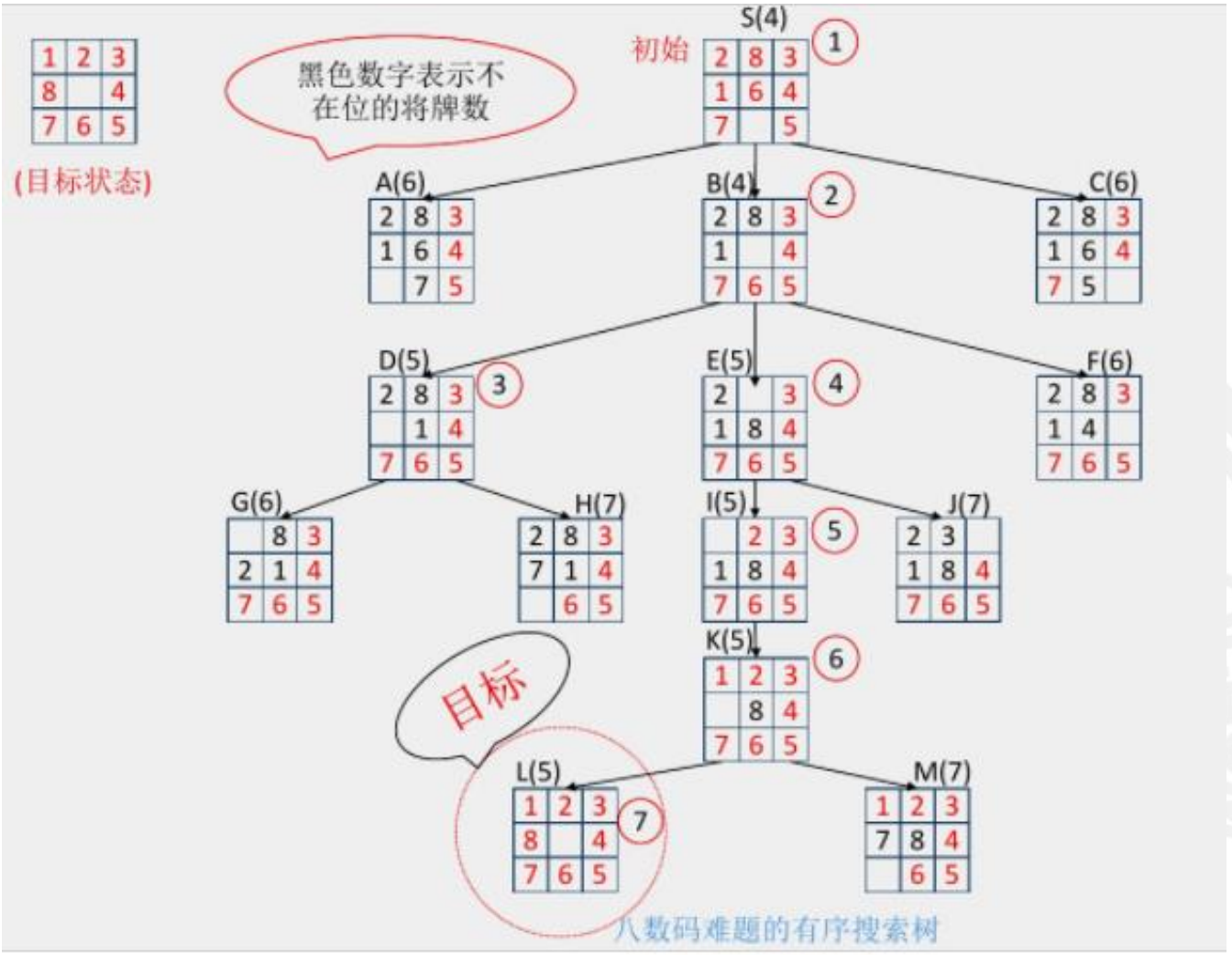
A算法实现：

例子：八数码问题

- 用A算法求解八数码问题的搜索图：

$f(n) = g(n) + h(n)$，$h(n)$ = 不在位将牌的个数

- OPEN和CLOSED表的变化



（括号内是路径总的耗散值f=g+h）

5.3 启发式搜索

A算法实现：

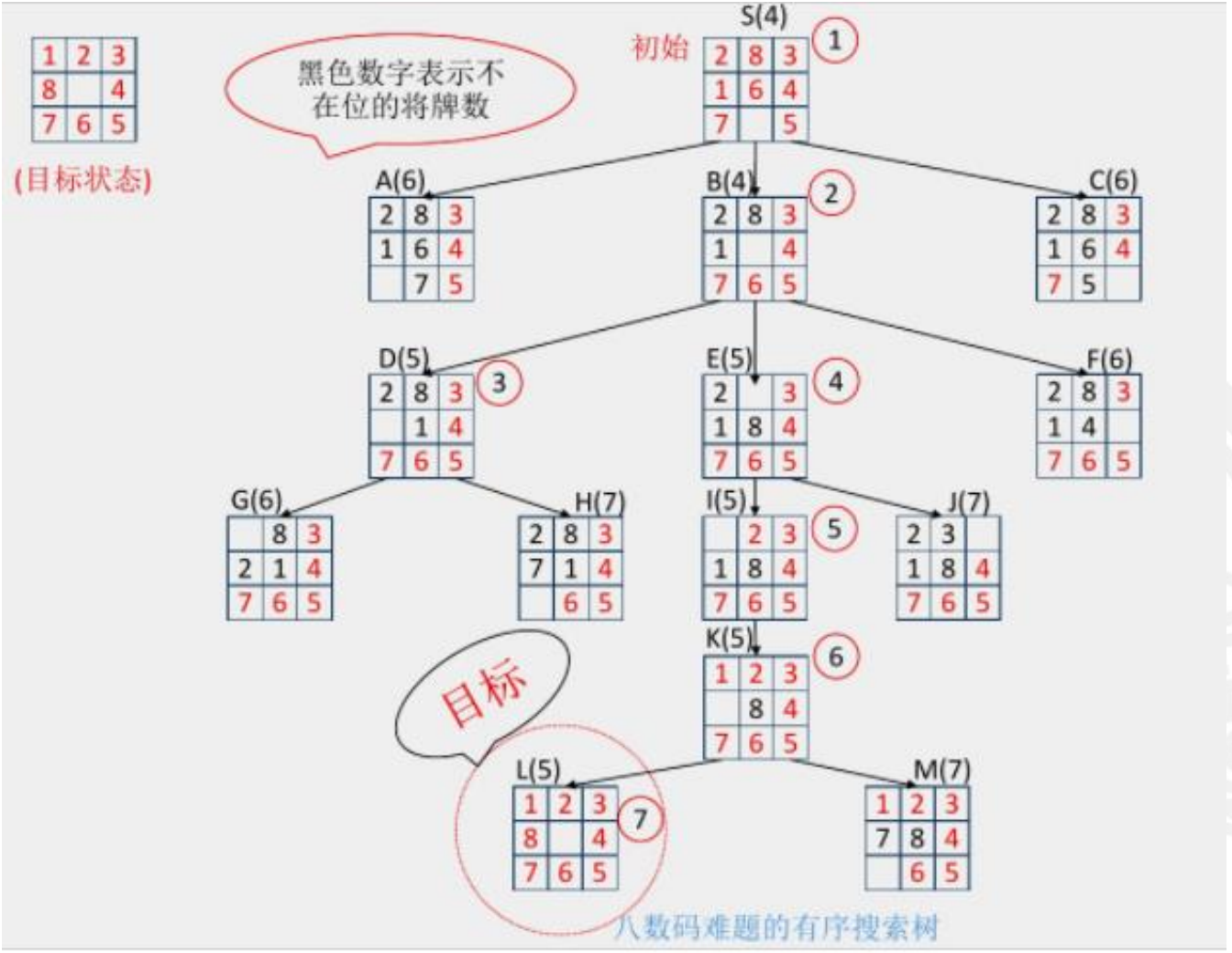
例子：八数码问题

- 用A算法求解八数码问题的搜索图：

$f(n) = g(n) + h(n)$，$h(n)$ = 不在位将牌的个数

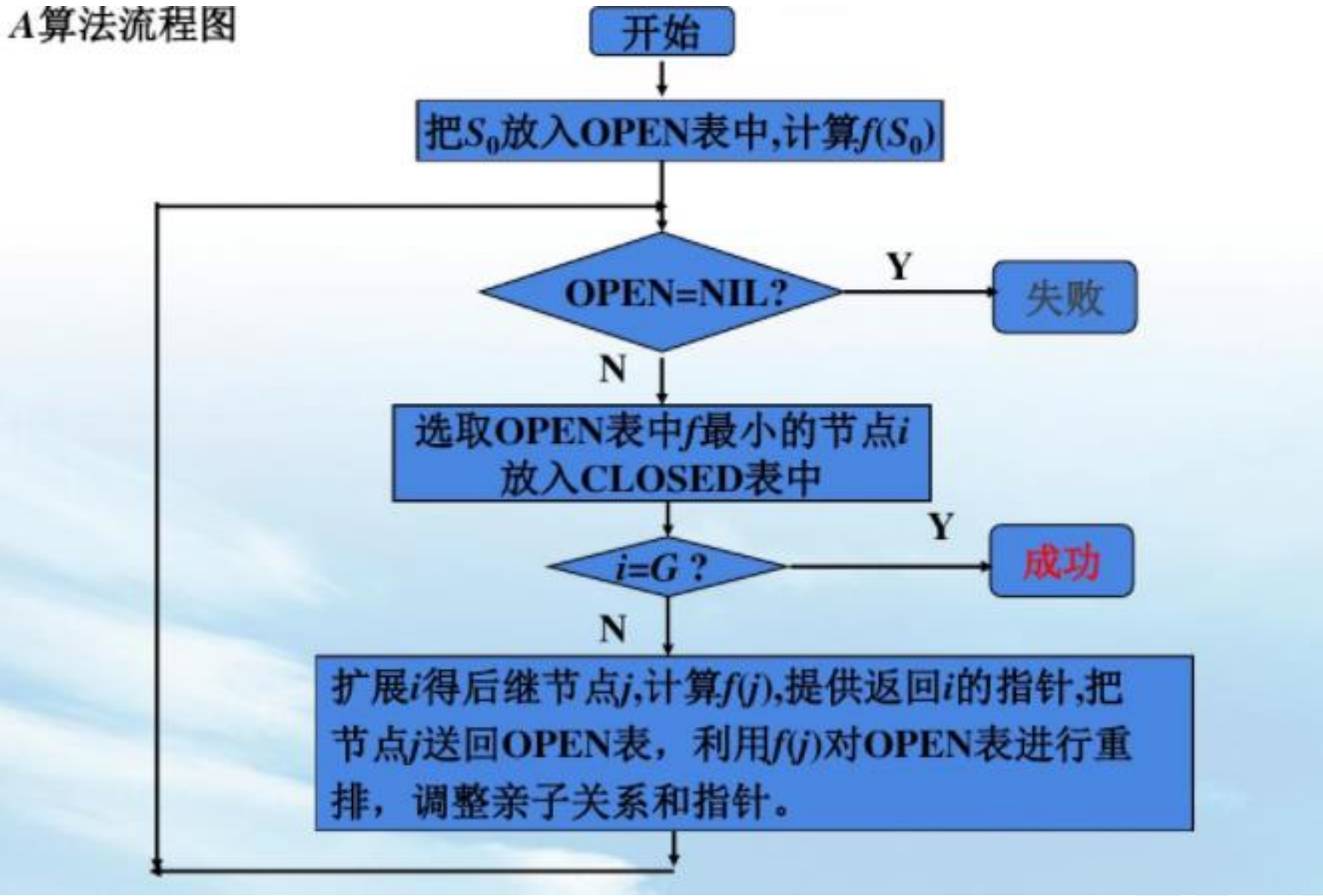
- OPEN和CLOSED表的变化

重复	OPEN表	CLOSE表
0	S(4)	[ ]
1	[B(4), A(6), C(6)]	[S(4)]
2	[D(5), E(5), A(6), C(6), F(6)]	[S(4), B(4)]
3	[E(5), A(6), C(6), F(6), G(6), H(7)]	[S(4), B(4), D(5)]
4	[I(5), A(6), C(6), F(6), G(6), H(7), J(7)]	[S(4), B(4), D(5), E(5)]
5	[K(5), A(6), C(6), F(6), G(6), H(7), J(7)]	[S(4), B(4), D(5), E(5), I(5)]
6	[L(5), A(6), C(6), F(6), G(6), H(7), J(7), M(7)]	[S(4), B(4), D(5), E(5), I(5), K(5)]
7	[A(6), C(6), F(6), G(6), H(7), J(7), M(7)]	[S(4), B(4), D(5), E(5), I(5), K(5), L(5)]
	L为目的状态，成功推出，结束搜索	



（括号内是路径总的耗散值f=g+h）

A算法的流程图


A算法流程图
开始
把S_0放入OPEN表中,计算$f(S_0)$
OPEN=NIL?
Y
失败
N
选取OPEN表中f最小的节点i
放入CLOSED表中
$i=G$?
Y
成功
N
扩展i得后继节点j,计算$f(j)$,提供返回i的指针,把
节点j送回OPEN表，利用$f(j)$对OPEN表进行重
排，调整亲子关系和指针。

A*算法（A星算法）

- 假设$f^*(n)$为从初始节点S_0出发，约束经过结点n到达目标节点的最小代价值。评价函数$f(n)$则是$f^*(n)$的估计值。
- $f^*(n)$由以下两部分所组成：
- 一部分是从初始结点S_0到结点n的最小代价，记为$g^*(n)$;
- 另一部分是从结点n到目标节点的最小代价，记为$h^*(n)$;
- 因此有$f*(n) = g^*(n) + h^*(n)$

A*算法

Open表中的节点按着估价函数$f(n)=g(n)+h(n)$的值从小到大排序。但是由于对启发函数h没有任何限制，A算法不能保证找到最优解。经研究发现，满足以下三个条件，能保证得到最优解。

1. $h(n)$是$h*(n)$的下界： $h(n)\leq h^*(n)$（这样能满足启发函数的单调性，保证找到$f(n)$的最小值）。
2. 搜索空间中的每个节点都具有有限个后继。
3. 搜索空间的每个有向边的代价均为正值。

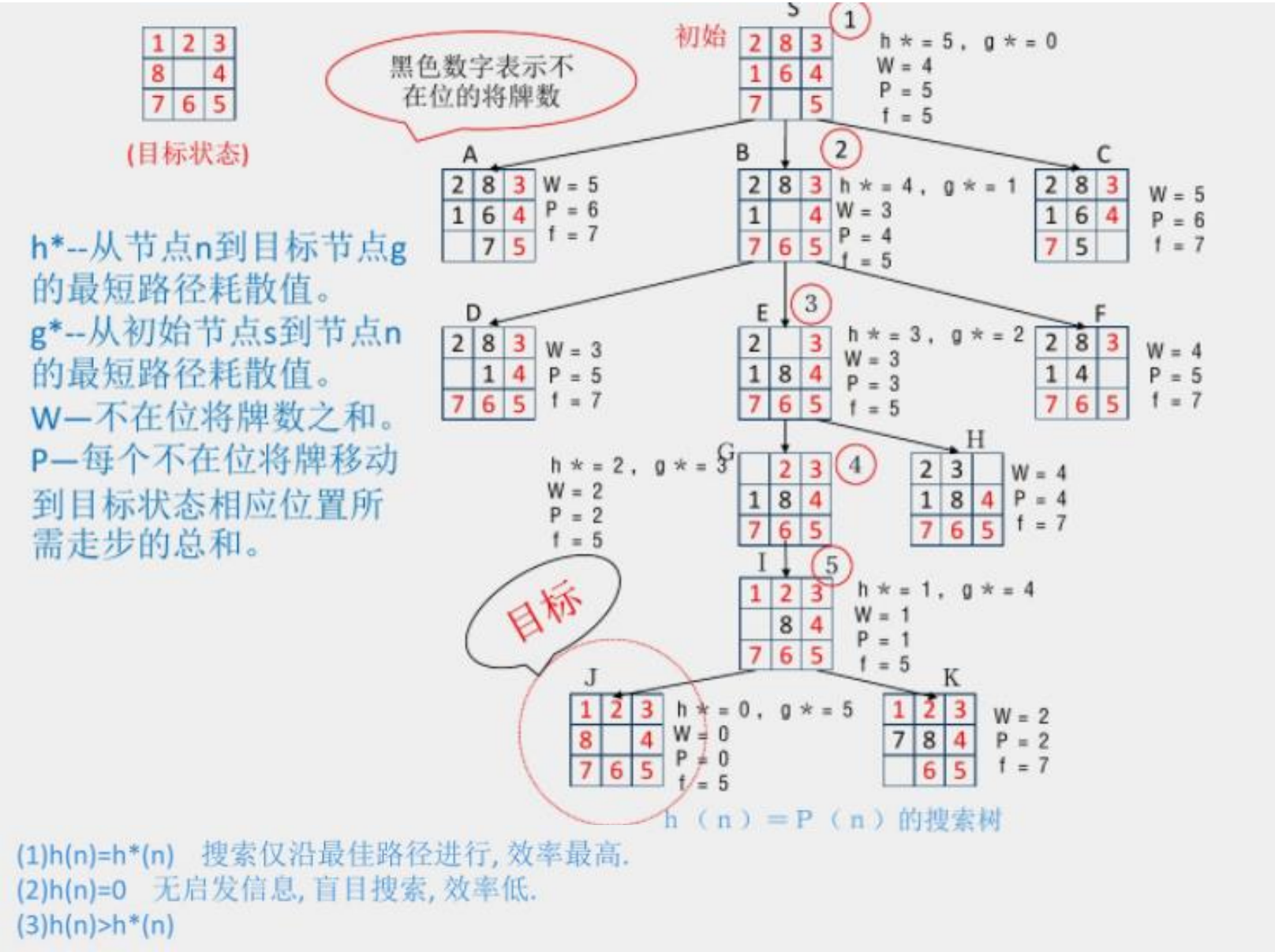
$g^*(n)$：初始结点到结点n的最小代价

$h^*(n)$：节点n到目标节点的最小代价；（一定存在）

一般来说$h^*(n)$并不知道，那么如何判断$h(n)\leq h^*(n)$是否成立呢？这就要具体问题具体分析。例如，如果要找一条从A点到B点的距离最短的路径，我们可以用当前节点到目标节点的欧氏距离作为启发函数。虽然不知道$h^*(n)$，但由于两点间距离最近，肯定就满足$h(n)\leq h^*(n)$。

A*算法

- ***p(n)***为不在位的棋子与其目标位置的距离之和，因为两点间距离最短，则有***p(n)*** ≤***h*** * (***n***), 满足限制条件。
- w(n)是不在目标状态中相应位置的数码个数，w(n)也小于h*(n)，但是p(n)比w(n)更有启发性信息，因为前者构造的树比后者结点少，效率更高。
- 所以在这里选择***h***(***n***)= ***p(n)***



5.4 博弈搜索

- 博弈一向被认为是富有挑战力的活动，如下棋、打牌、作战、游戏等等。这里讲的博弈是二人博弈，博弈双方的利益是完全对立的。

（1）对垒的双方MAX和MIN轮流采取行动，博弈的结果只能有3种情况：MAX胜、MIN败；MAX败，MIN胜；和局。如果胜利记为+1分，失败为-1分，平局为0分，则双方在博弈结束时的总分为0，称此类博弈为**零和博弈**。

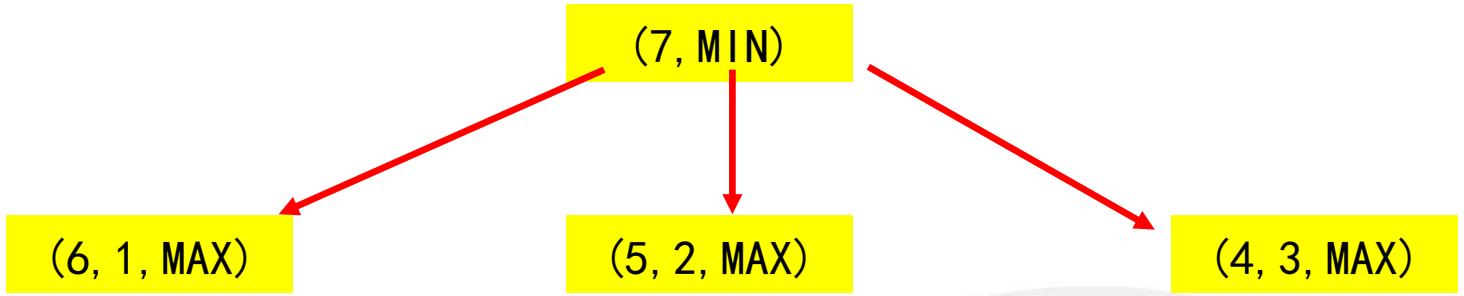
（2）在对垒过程中，任何一方都了解当前的格局和过去的历史。

（3）任何一方在采取行动前都要根据当前的实际情况，进行得失分析，选择对自己最为有利而对对方最不利的对策，不存在“碰运气”的偶然因素，即双方都很理智地决定自己的行动。

5.4 博弈搜索

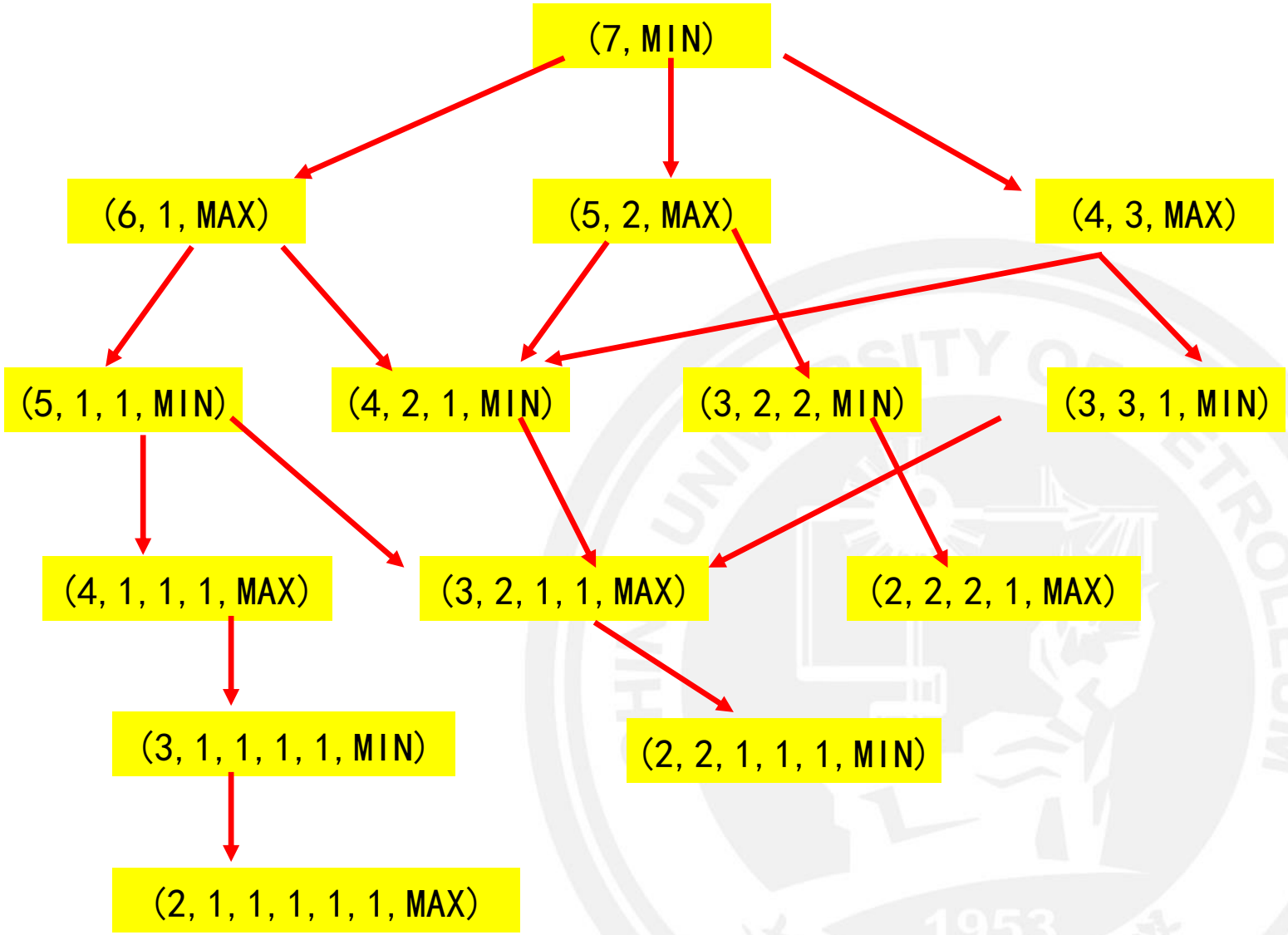
- **博弈例子——分钱币：**假设有7枚钱币，任一选手只能将已选好的一堆钱币分成两堆个数不等的，两位选手轮流进行，直到每一堆都只有一个或两个钱币不能再分为止，哪个选手遇到不能再分的情况则输。
- 用数字序列加上一个说明表示一个状态，其中数字表示不同堆中钱币的个数，说明表示下一步由谁来分，
- 如（7，MIN）表示只有一个由七枚钱币组成的堆，由MIN走，
- MIN有3种可供选择的分法，即（6，1，MAX），（5，2，MAX），（4，3，MAX），其中MAX表示另一选手，不论哪一种方法，MAX在它的基础上再作符合要求的划分。

5.4 博弈搜索



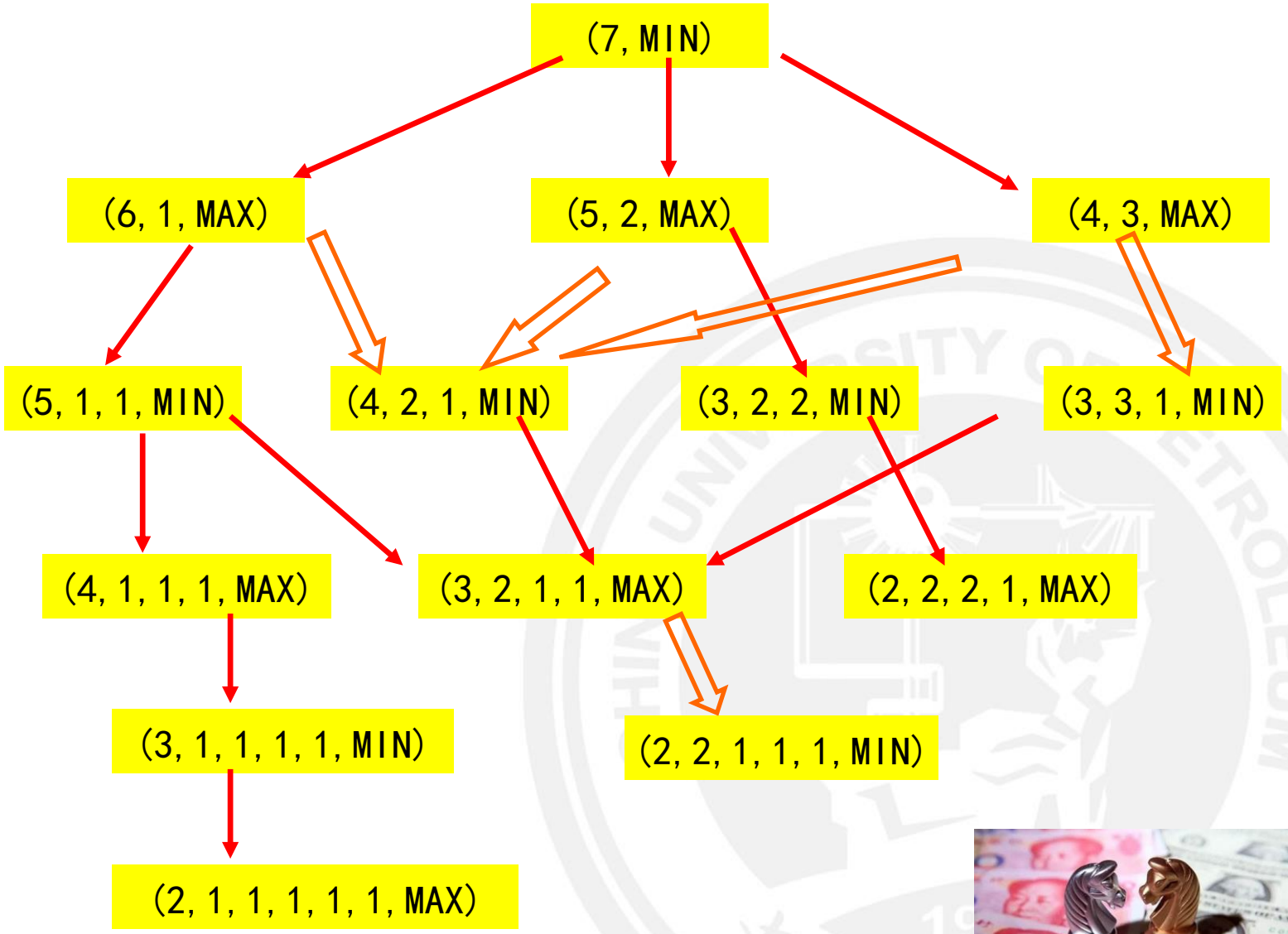
5.4 博弈搜索

- 图中已经将双方可能的方案全部表示出来了，而且从图中可以看出，无论MIN开始时怎么走，MAX总可以获胜。



5.4 博弈搜索

- 图中已经将双方可能的方案全部表示出来了，而且从图中可以看出，无论MIN开始时怎么走，MAX总可以获胜，取胜的策略就是粗箭头表示。
- 实际情况，对于任何一种棋，我们都不可能枚举出全部情况，因此，只能模拟人“向前看几步”，然后做决策，决定是否对自己最有利，然后按照一定的估算方法决定走哪一步棋。



5.4.1博弈—极大极小博弈

- 最常用的分析方法是极大极小分析法，其基本思想是：

① 设博弈的双方一方为MAX，另一方为MIN。然后设计算法为其中一方（例如MAX）寻找一个最优行动方案。

② 为了找到当前的最优行动方案，需要对各个可能的方案所产生的的后果进行比较并计算可能的得分。

③ 为了计算得分，需要根据问题的特性信息定义一个评价函数，用来估算当前博弈树末端结点的得分。

④ 当末端结点得分估算出来后，以博弈交替取MAX和MIN向上传递，直至计算出顶端结点得分。

⑤ 如果一个行动方案能获得较大的倒推值，则它就是当前最好的行动方案。

5.4.1博弈—极大极小博弈

- 极大极小过程是考虑双方对弈若干步之后，从可能的走法中选一步相对好的走法来走，即在有限的搜索深度范围内进行求解。

- 需要定义一个静态估价函数f,以便对棋局的态势做出评估。 这个函数可以根据棋局的态势特征进行定义。假定对弈双方分别为MAX和MIN，规定：
  - 有利于MAX方的态势：f(p)取正值
  - 有利于MIN方的态势：f(p)取负值
  - 态势均衡的时候：f(p)取零

  其中p代表棋局。

5.4.1博弈—极大极小博弈

- **MINMAX基本思想：**

(1)当轮到MIN走步的节点时，MAX应考虑最坏的情况（即f(p)取极小值）。

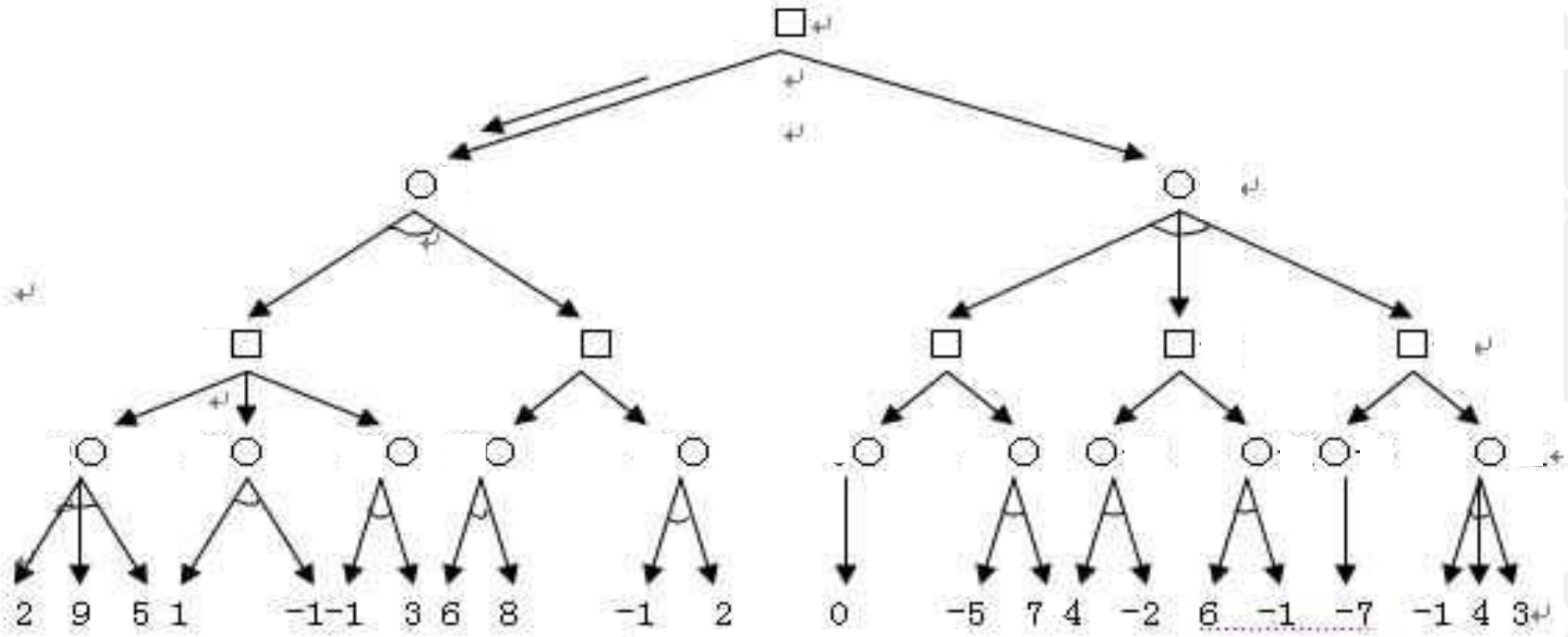
(2)当轮到MAX走步的节点时，MAX应考虑最好的情况（即f(p)取极大值）。

(3)评价往回倒推时，相应于两位棋手的对抗策略，交替使用（1）和（2）两种方法传递倒推值。

- 所以这种方法称为极大极小过程。

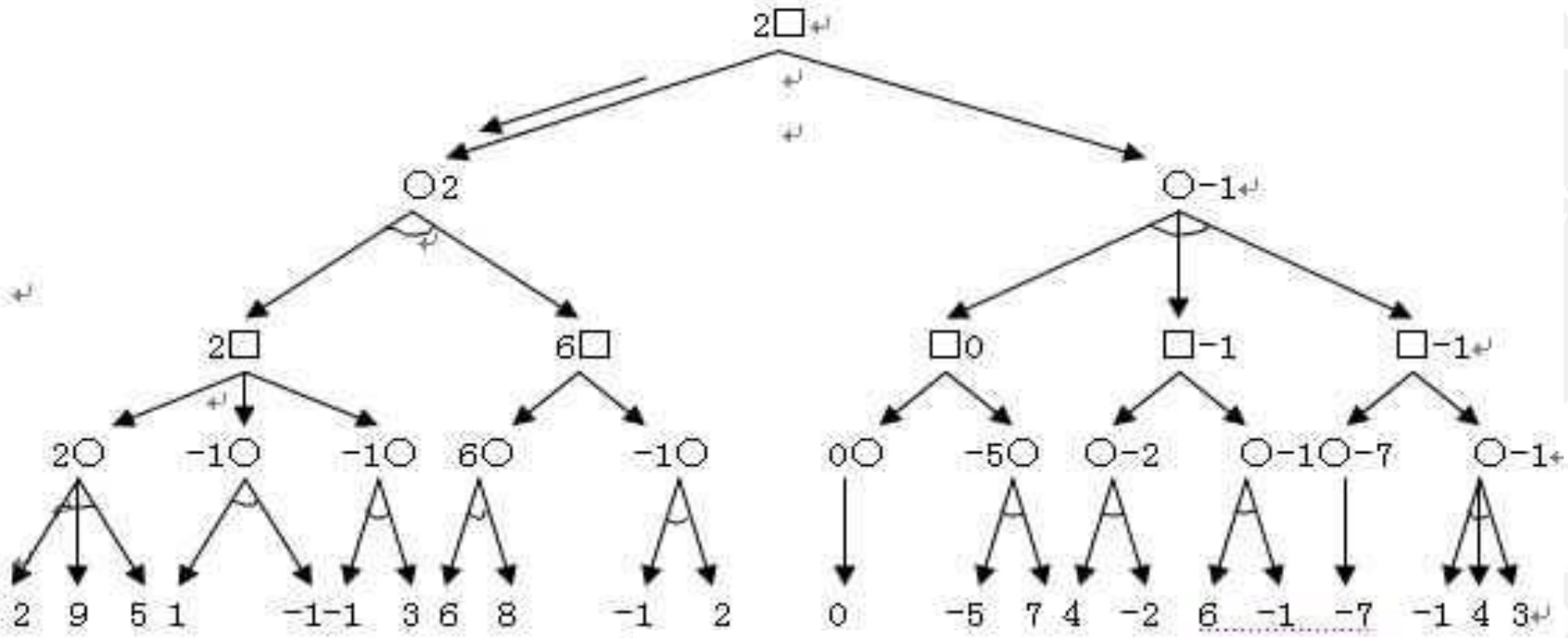
5.4.1 博弈—极大极小博弈

右图所示是向前看两步，共4层的博弈树，用□表示MAX，用○ 表示MIN，端结点上的数字表示它对应的评价函数的值。在MIN处用圆弧连接。



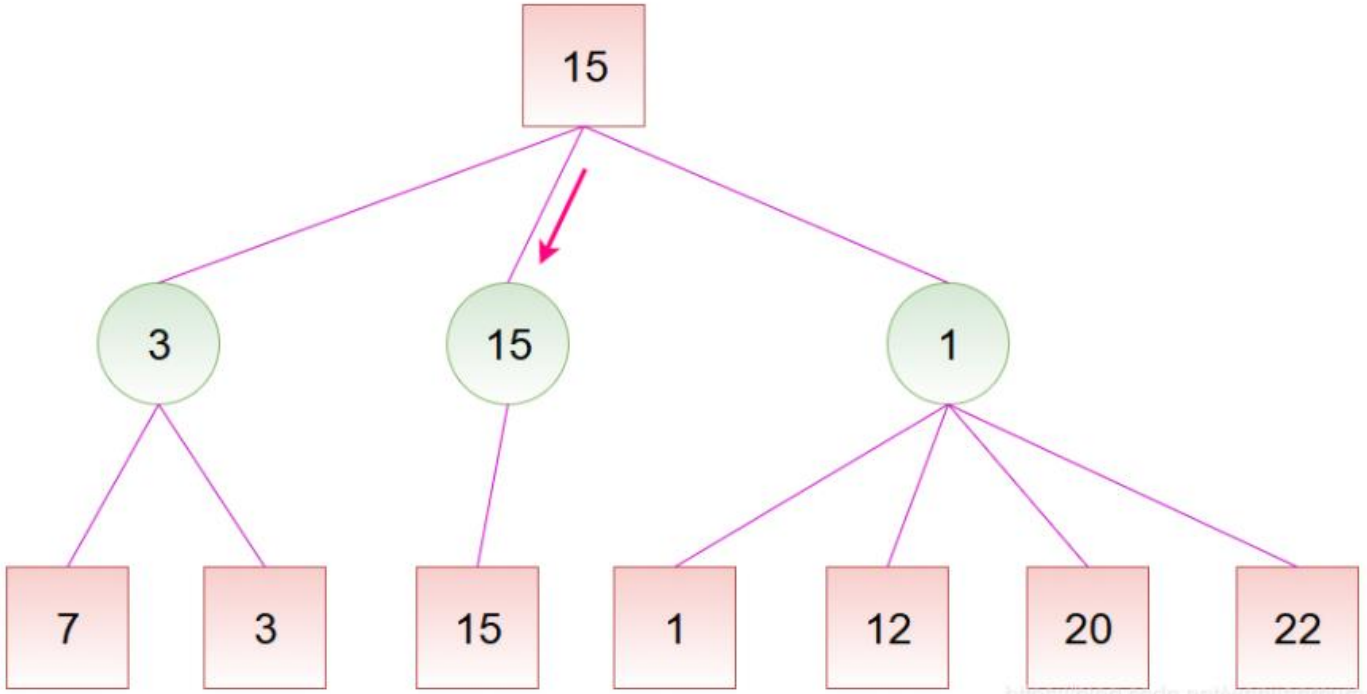
5.4.1 博弈—极大极小博弈

右图所示是向前看两步，共4层的博弈树，用□表示MAX，用○表示MIN，端结点上的数字表示它对应的评价函数的值。在MIN处用圆弧连接。



5.4.1 博弈—极大极小博弈

- 实际上，再看右边的路线时，当发现赢面可能为1就不必再去看赢面为12、20、22的分支了，因为已经可以确定右边的路线不是最好的。这个过程就是**剪枝**，可以避免不必要的计算。

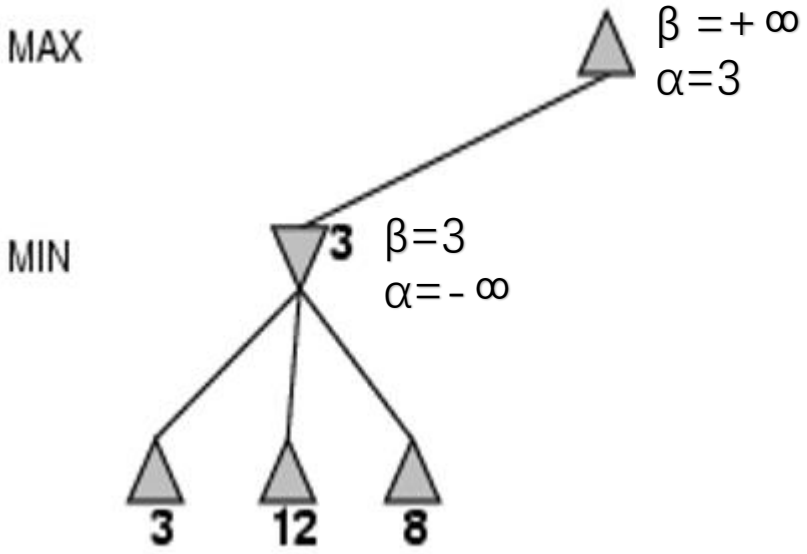


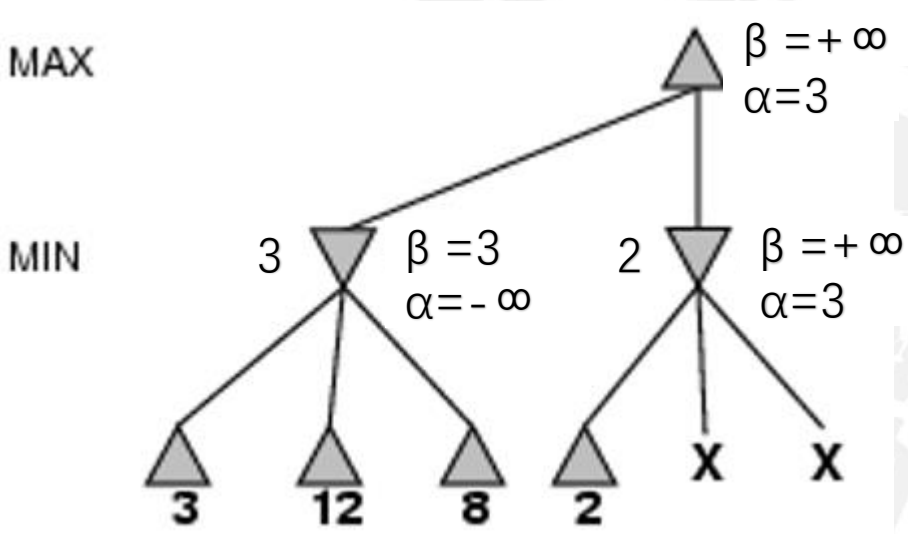
5.4.2 $\alpha-\beta$剪枝算法

- 极大极小方法是把搜索树的生成和估值这两个过程完全分开. 只有在已经生成树之后才开始进行估值, 这一分离导致了低效率的策略
  - 游戏状态随游戏招数成指数增长
- α−β剪枝技术是极大极小方法的改进, 是一种提高博弈树搜索效率的方法
- α−β剪枝技术是一种边生成节点, 边计算估值和倒推值的方法, 从而剪去某些分枝.

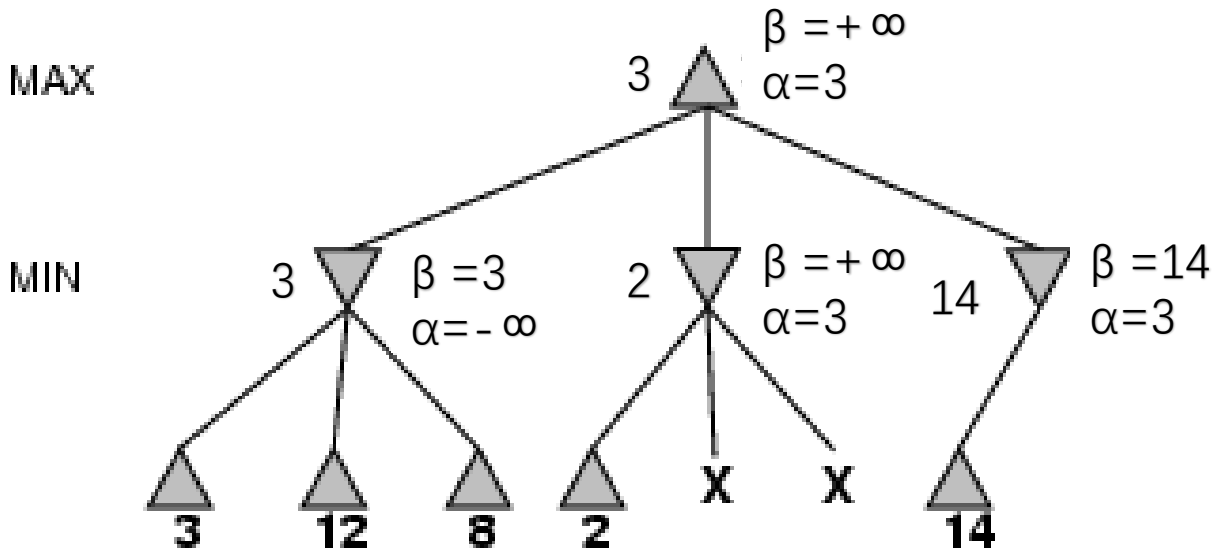
5.4.2 α−β剪枝算法

- 执行深度优先搜索直到第一个叶节点

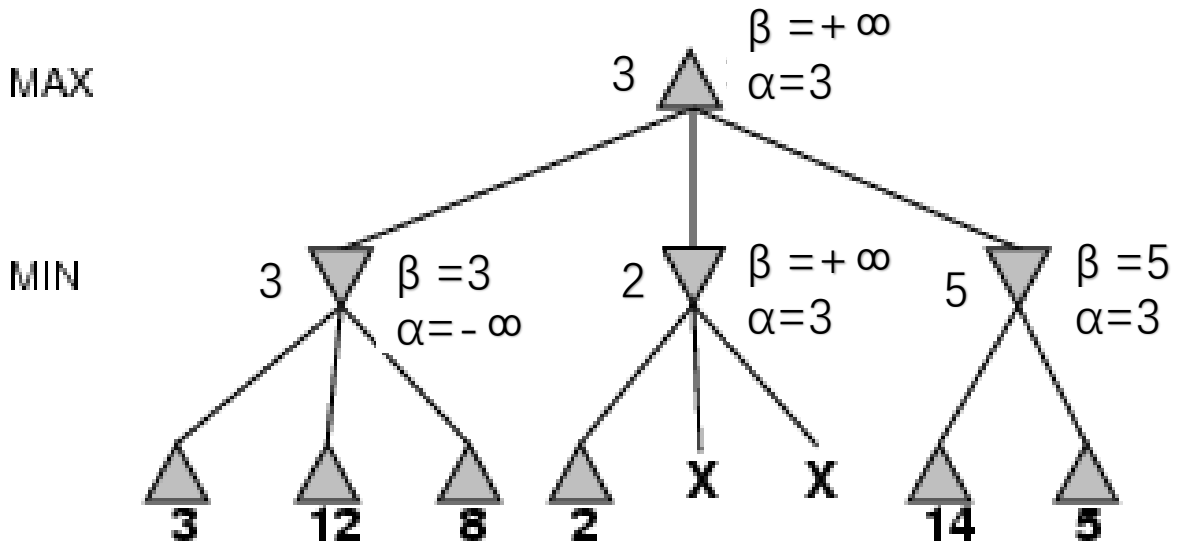




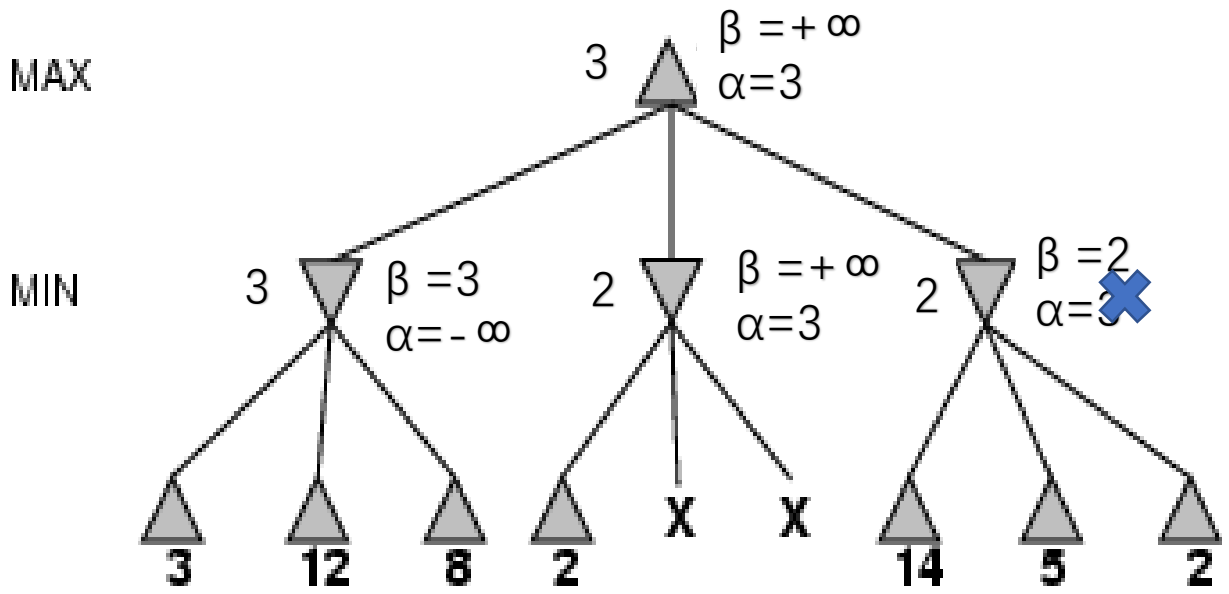
5.4.2 $\alpha-\beta$剪枝算法



5.4.2 $\alpha-\beta$剪枝算法

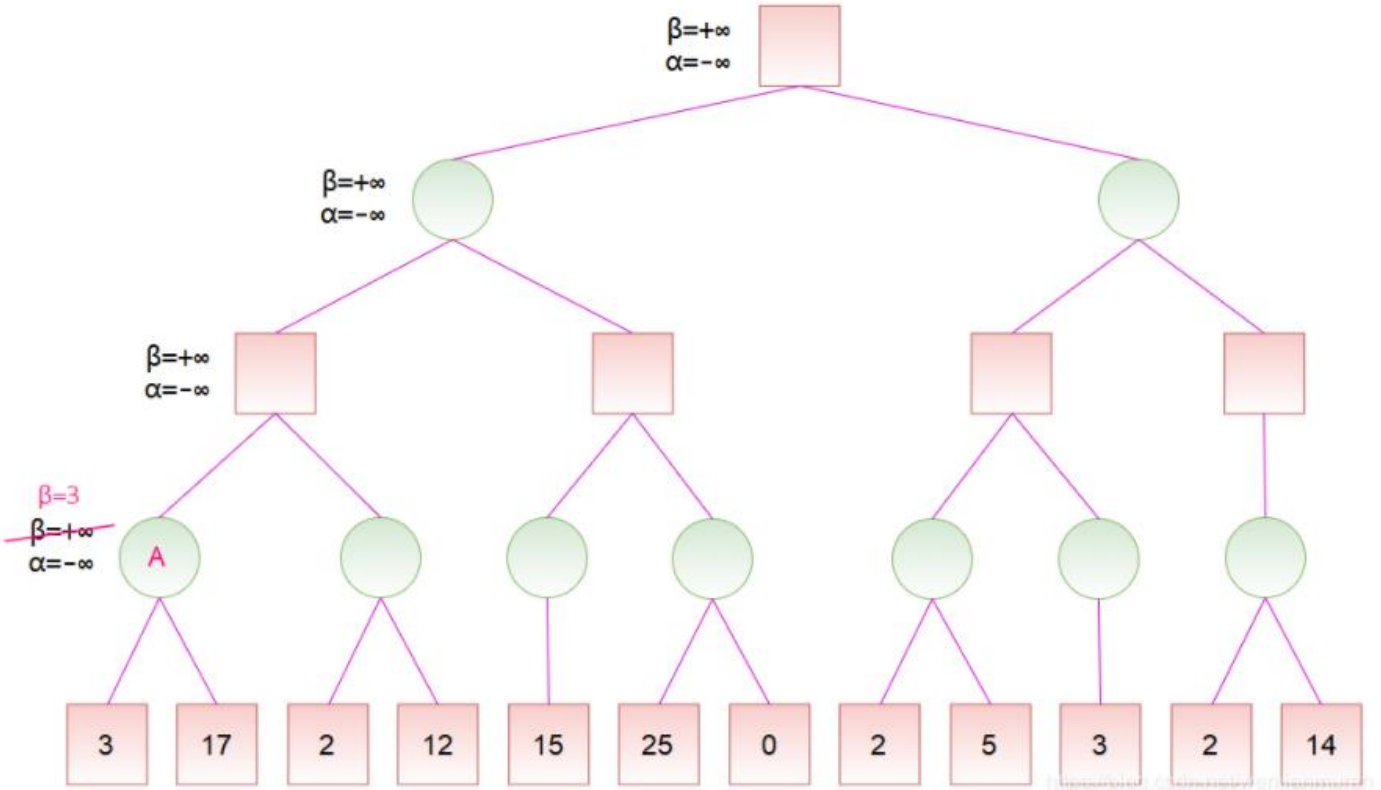


5.4.2 α−β剪枝算法



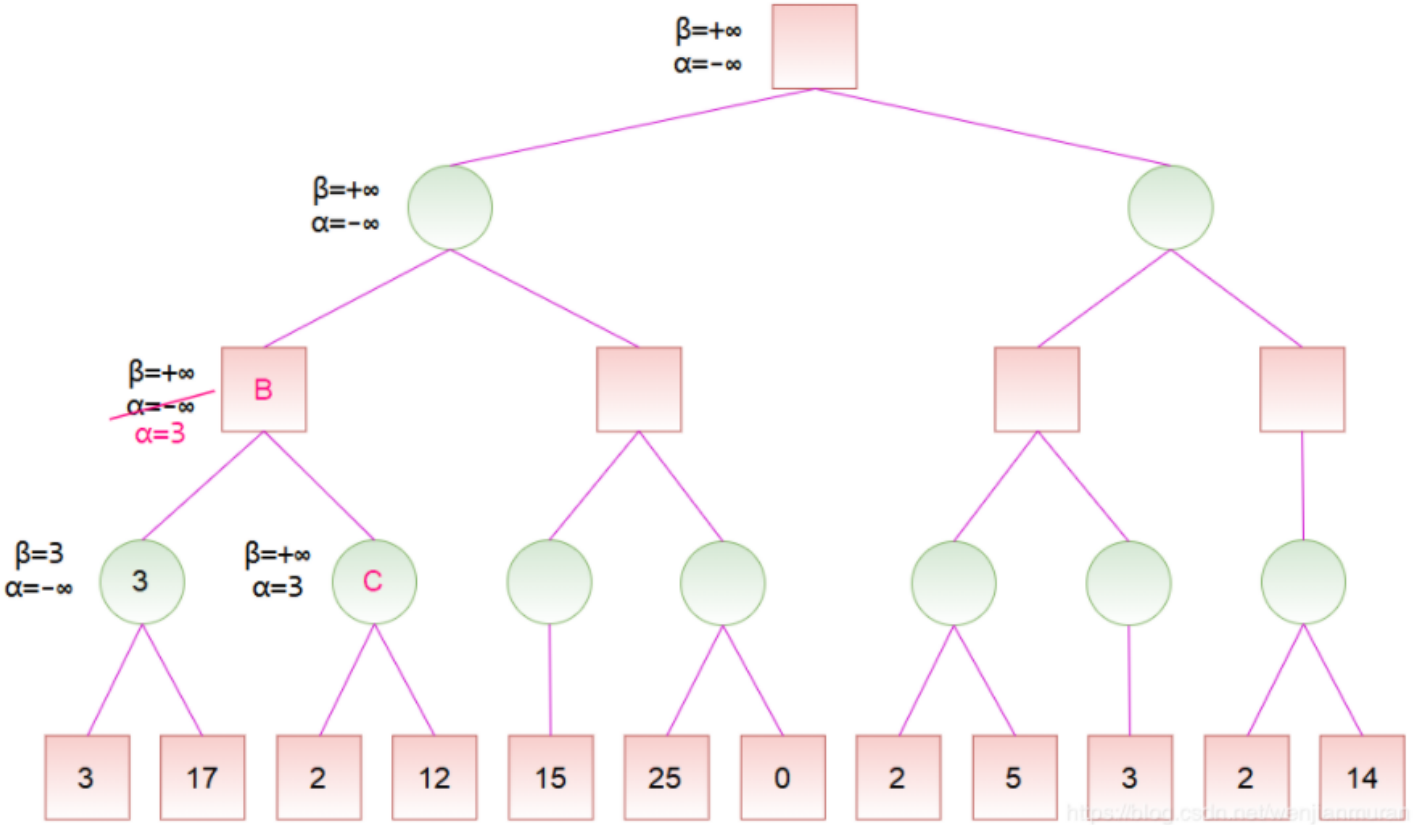
例题：

- 初始化时，令 α=－∞， β=+∞，也就是 －∞≤v≤+∞。到节点A时，由于左子节点的倒推值为3，而节点A是MIN节点，试图找倒推值小的走法，于是将 β值修改为3，这是因为3小于当前的β值（β=+∞）。然后节点A的右子节点的倒推值为17，此时不修改节点A的 β值，这是因为17大于当前的β值（β=3）。之后，节点A的所有子节点搜索完毕，即可计算出节点A的倒推值为3。



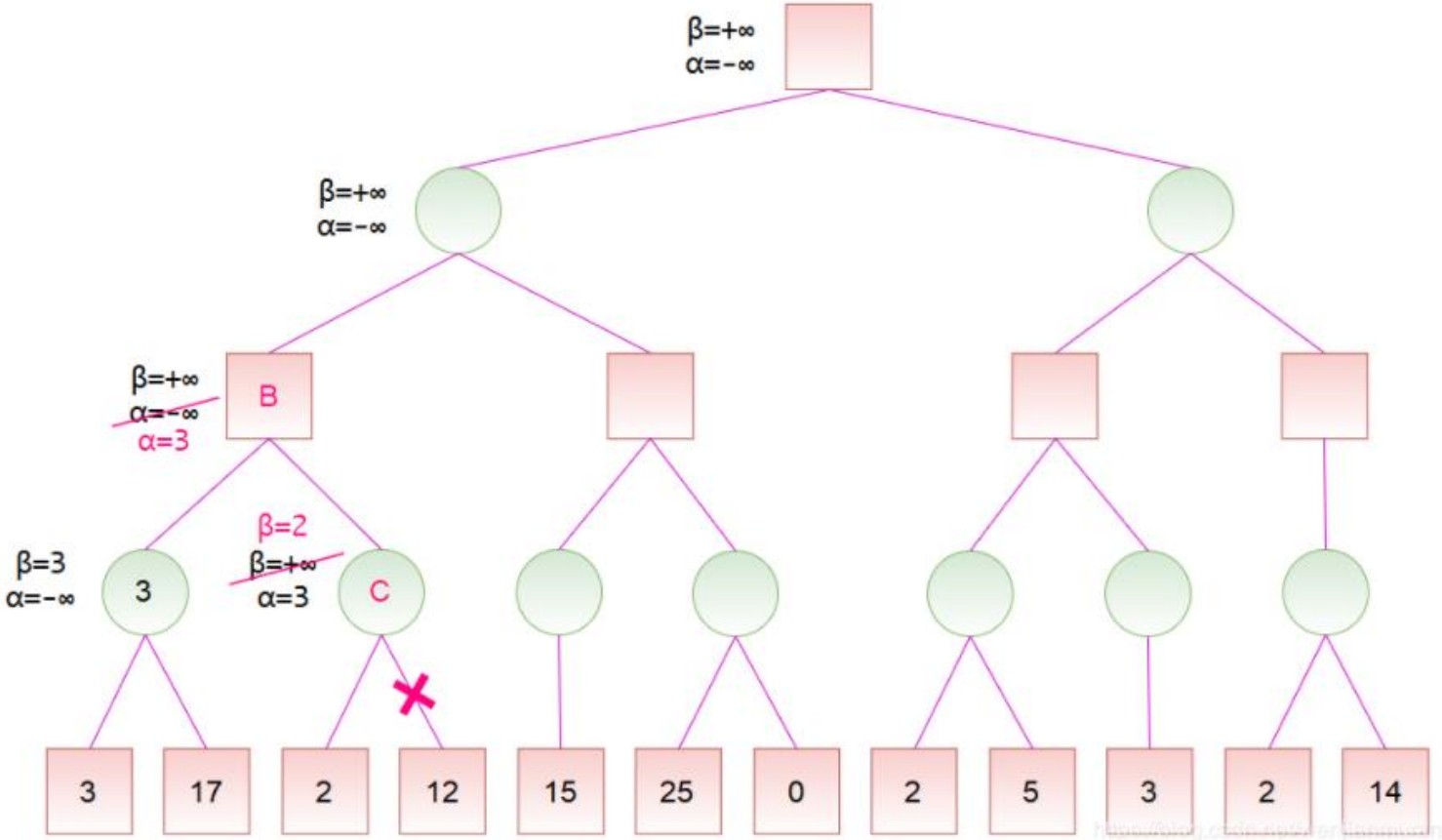
例题：

- 节点A是节点B的子节点，计算出节点A的倒推值后，可以更新节点B的倒推值范围（也就是α和β值）。由于节点B是MAX节点，试图找倒推值大的走法，于是将α值修改为3，这是因为3大于当前的α值（α=+∞）。之后搜索节点B的右子节点C，并将节点B的α和β值传递给节点C。



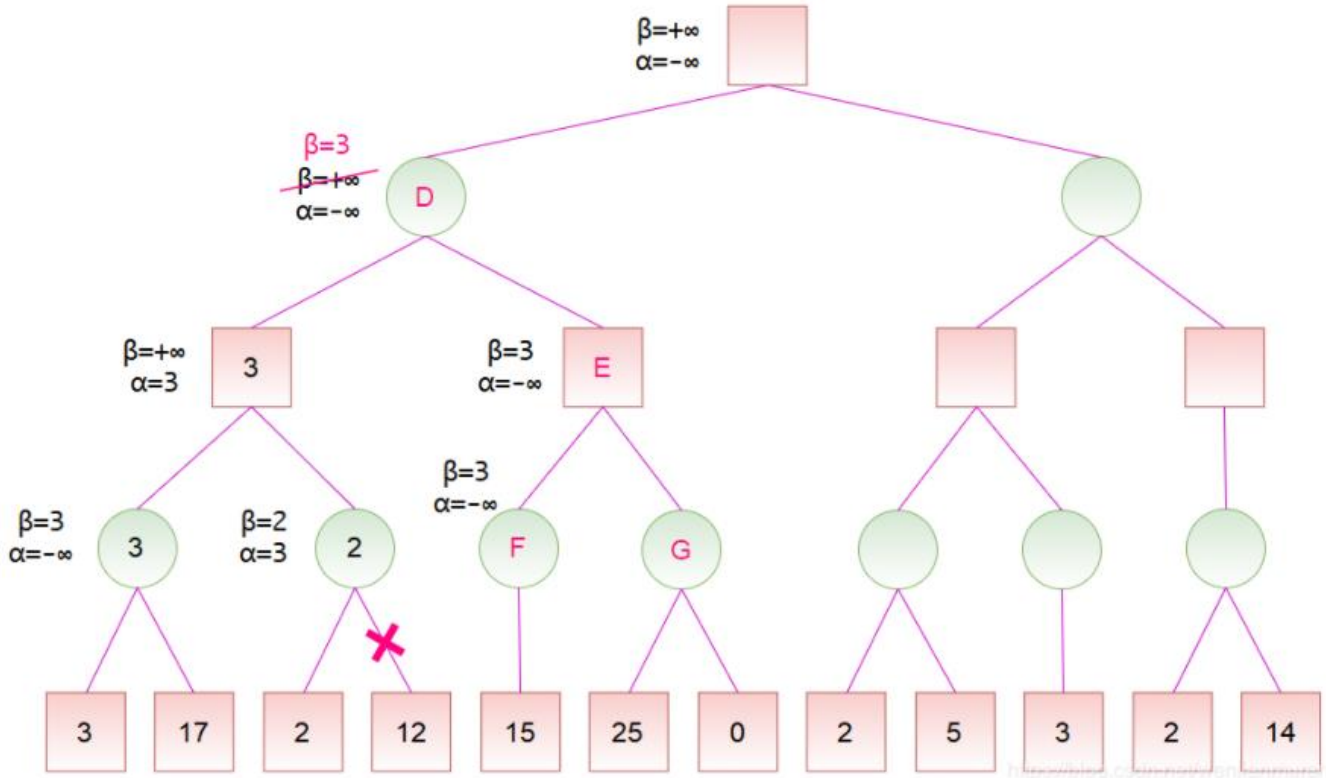
例题：

- 对于节点C，由于左子节点的倒推值为2，而节点C是MIN节点，于是将β值修改为2。此时α≥β，故节点C的剩余子节点就不必搜索了，因为可以确定，通过节点C并没有更好的走法。然后，节点C是MIN节点，将节点C的倒推值设为 β，也就是2。由于节点B的所有子节点搜索完毕，即可计算出节点B的倒推值为3。



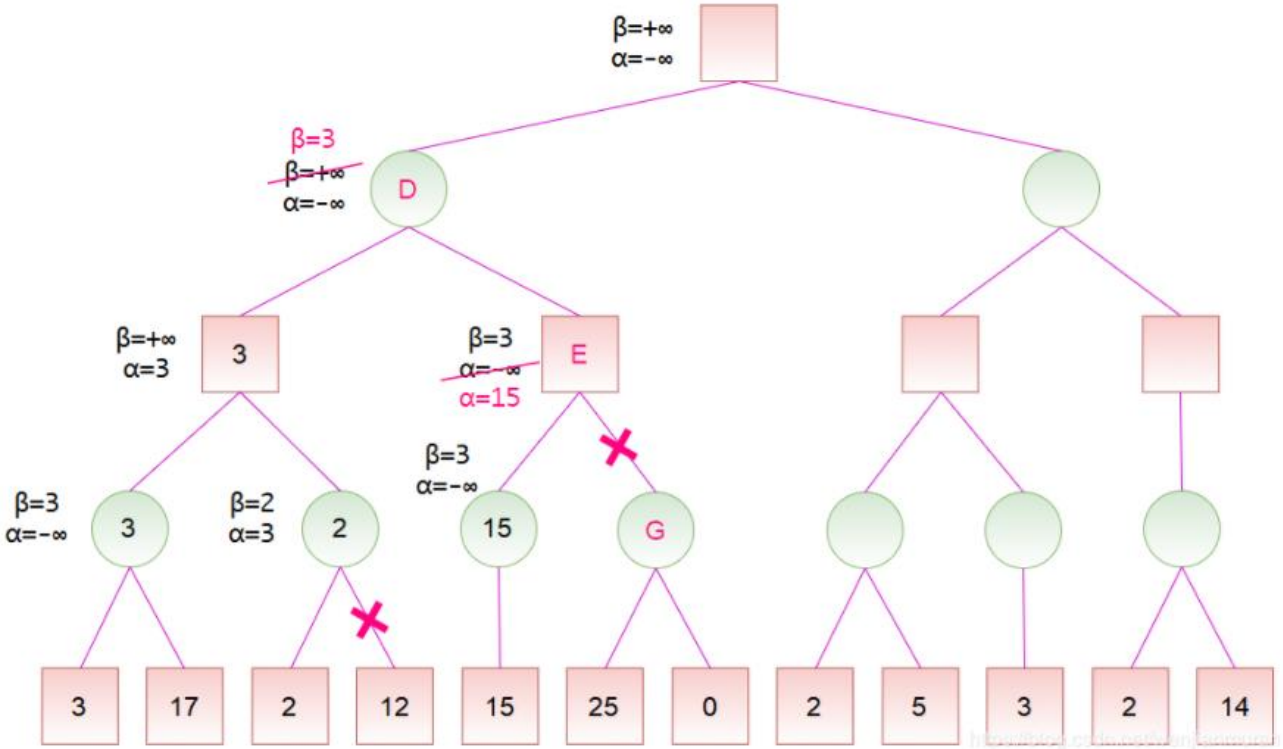
例题：

- 计算出节点B的倒推值后，节点B是节点D的一个子节点，故可以更新节点D的倒推值范围。由于节点D是MIN节点，于是将β值修改为3。然后节点D将α和β值传递给节点E，节点E又传递给节点F。对于节点F，它只有一个倒推值为15的子节点，由于15大于当前的β值，而节点F为MIN节点，所以不更新其β值，然后可以计算出节点F的倒推值为15。



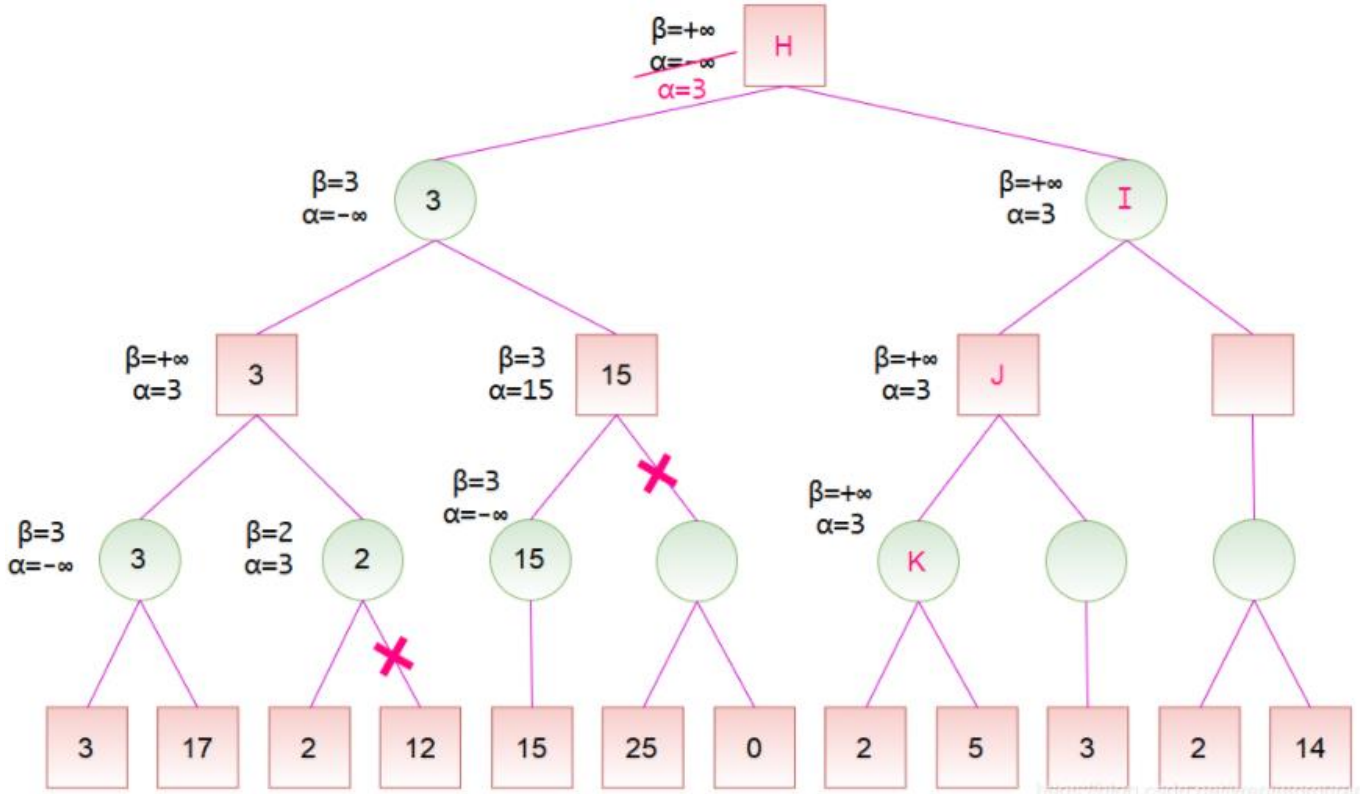
例题：

- 计算出节点F的倒推值后，节点F是节点E的一个子节点，故可以更新节点E的倒推值范围。节点E是MAX节点，更新α，此时α≥β，故可以剪去节点E的余下分支。然后，节点E是MAX节点，将节点E的倒推值设为α，也就是15。此时，节点D的所有子节点搜索完毕，即可计算出节点D的倒推值为3。



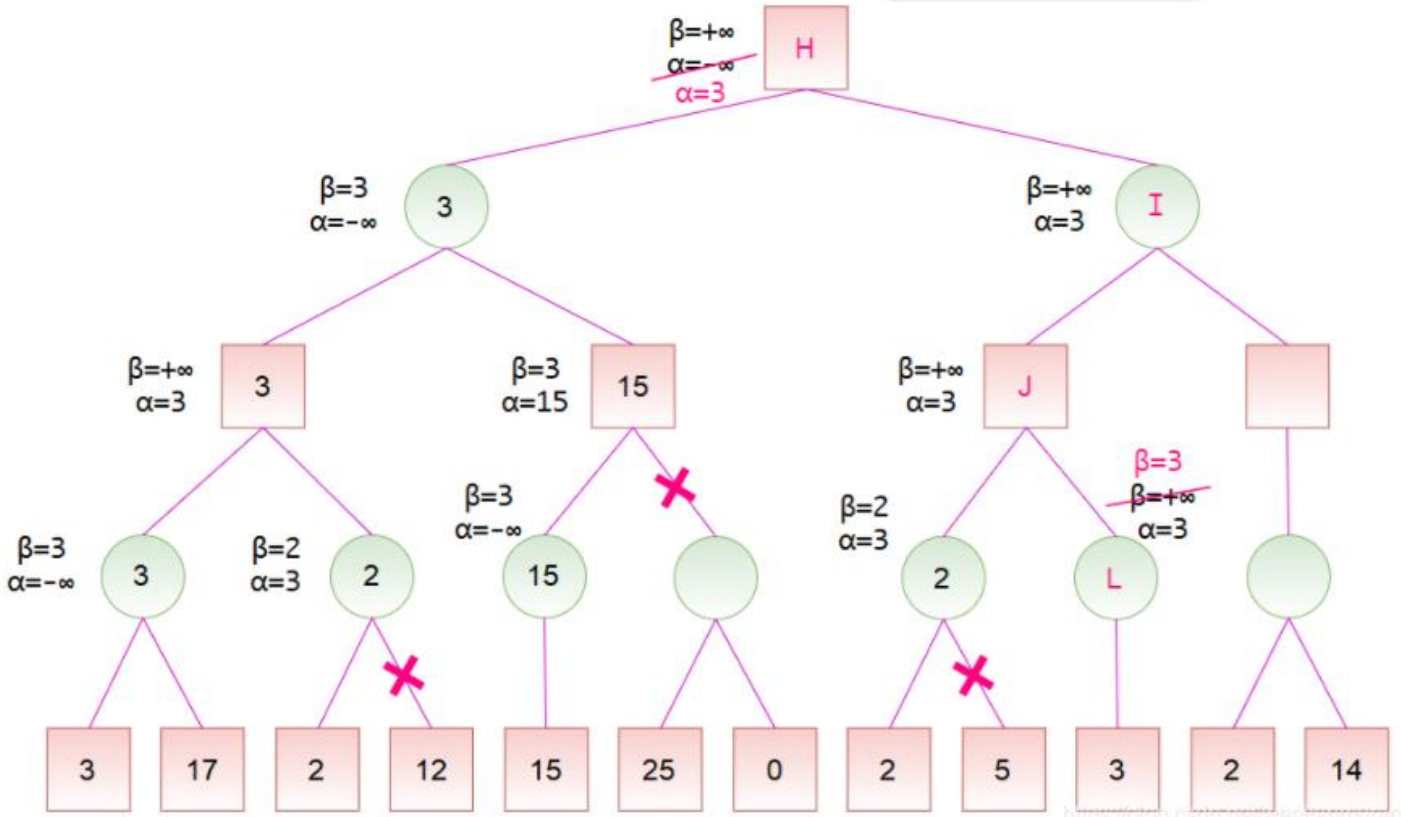
例题：

- 计算出节点D的倒推值后，节点D是节点H的一个子节点，故可以更新节点H的倒推值范围。节点H是MAX节点，更新α。然后，按搜索顺序，将节点H的α和β值依次传递给节点I、J、K。对于节点K，其左子节点的倒推值为2，而节点K是MIN节点，更新β，此时 α≥β，故可以剪去节点K的余下分支。然后，将节点K的倒推值设为2。



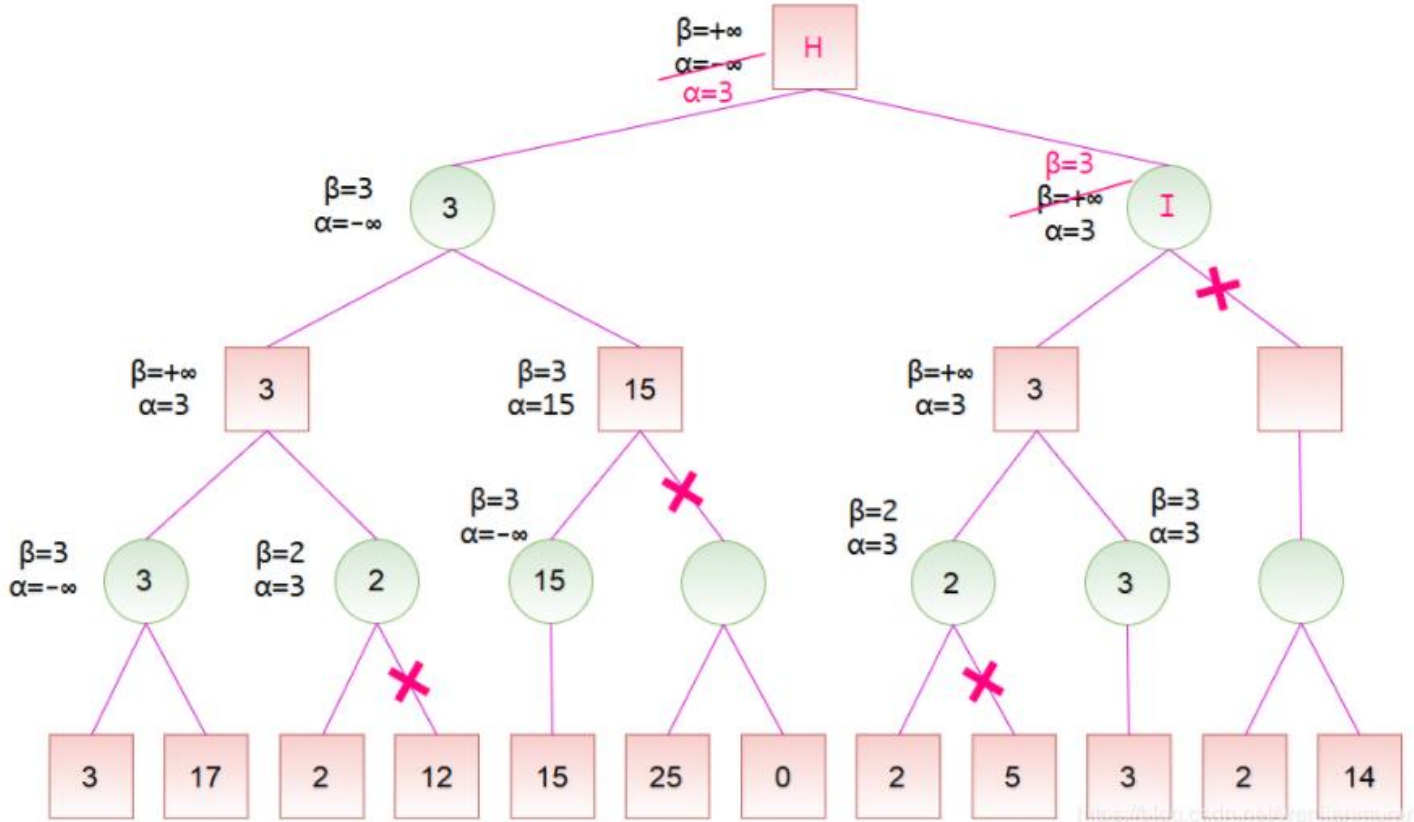
例题：

- 计算出节点K的倒推值后，节点K是节点J的一个子节点，故可以更新节点J的倒推值范围。节点J是MAX节点，更新α，
- 但是，由于节点K的倒推值小于α，所以节点J的α值维持3保持不变。然后，将节点J的α和β值传递给节点L。由于节点L是MIN节点，更新β=3，此时α≥β，故可以剪去节点L的余下分支，由于节点L没有余下分支，所以此处并没有实际剪枝。然后，将节点L的倒推值设为3。



例题：

- 此时，节点J的搜索子节点搜索完毕，计算出节点J的倒推值为3。由于节点J是节点I的子节点，故可以更新节点I的倒推值范围。节点I是MIN节点，更新 β=3，此时，α≥β，故可以剪去节点I的余下分支。然后，将节点I的倒推值设为3。
  至此，剪枝完成。



5.4 博弈搜索

- 20世纪40年代中期，S.M.乌拉姆和J.冯·诺伊曼提出**蒙特卡洛方法**。它是一类**随机模拟方法**的总称。

- 2006年，蒙特卡洛树搜索方法使围棋程序性能有了质的提高，在9路围棋（9×9大小的棋盘）上战胜了人类职业棋手。

5.4 博弈搜索

- **蒙特卡洛随机模拟方法**
  - 基本思想：对于当前棋局，随机地模拟双方走步直到分出胜负为止。通过多次模拟，计算每个可下棋点的获胜概率，选取获胜概率最大的点走棋。
  - 蒙特卡洛树搜索方法：边模拟边建立一个搜索树，父节点可以共享子节点的模拟结果，以提高搜索效率。过程分为：
    - 选择：以当前棋局为根节点，自上而下地选择一个落子点；
    - 扩展：向选定地节点添加一个或多个子节点；
    - 模拟：对扩展出的节点用蒙特卡洛方法进行模拟；
    - 回传：根据模拟结果依次向上更新祖先节点的估计值。

THANKS